

Title	多元環の analytic linear function
Author(s)	正田, 建次郎
Citation	全国紙上数学談話会. 2(6) p.153-p.154
Issue Date	1947-06-23
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75193
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

58. 多元環の analytic linear function

(阪大) 正田 建次郎

單純環の問題を Artin. は次の如き analytic linear function (a, l, f) なる考へを用ひて巧妙に處理して居ます。環 S の元 x を

$$\sum_{i=1}^r a_i x b_i, \quad a_i, b_i \in S$$

に寫す寫像を a, l, f と書く。 a, l, f に関する基本定理として Artin は次の定理を歸納法を用ひて初歩的に証明して居ます。 “ S を單純環、 K をその後心体とする時、 K に対して一次独立な u_1, \dots, u_n を任意の v_1, \dots, v_n に寫す a, l, f が存在する。”

特に S が体 K の上の n 階の多元環なる時は、この定理は以前私が正規單純性の鑑別定理の証明に用ひた次の補助定理と同價値であります。 “ S が K の上の正規單純環なる爲に必要な且充分な條件は一般元 x に対して、 $S \times S$ の K の上の階数が n^2 なることである”、 S の基を u_1, \dots, u_n とし、

$$x = \sum u_i x_i$$

とすれば $S \times S$ の元は

$$x' = \sum v_i x_i$$

で、 $S \times S$ の階数が n^2 なることは v_i が任意にとれることを意味して居ます。故に $x \rightarrow x'$ なる a, l, f をとれば u_1, \dots, u_n が v_1, \dots, v_n に寫され Artin の定理が得られます。逆に Artin の定理から v_1, \dots, v_n が任意にとれることが判り補助定理が得られます。この條件が正規單純なる爲の充分條件なることは餘程に証明出来ます。 Artin はそれにははゐれて居ないようですが

私がこの補助定理を証明した時には 正規單純環の正則表現と逆正則表現の積が直積になり完全列列環なることを用ひましたが、Artin によつて初歩的に証明されたのですから、この定理を單純環の理論の出発点にすることも出来るので、Artin はその方法をとつて居ます。

Artin の方法によらなくても 多元環の場合なら、補助定理から正規單純環 SR

對しては $S \times S^{-1}$ が完全分解環になることが判りますから、例へば *Albert* の本に従つても容易に單純多元環の理論が組立てられます。

置位元を有する環が單純環になる爲には 0 以外の元 a を任意の元 a に對す a, e, f が存在することが必要上充分なることは容易に判ります。 a, e, f によつて環の性質などの程度判るか知れませんが一つの巧妙な方法として御紹介します。

(1947. 6. 23)